fonction exponentielle

Domaine de définition :

$e^x :]-\infty;+\infty[\longrightarrow]0,+\infty[$.

donc $\forall x \in \mathbb{R}$; $\underline{e^x > 0}$.

Dérivée :

$(e^{\square})' = \square' e^{\square}$

exemple : $(e^x)' = e^x$ | $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$ | $(e^{(2x^2-3x)})' = (4x-3)e^{2x^2-3x}$

Propriété :

$(e^a \cdot e^b) = e^{a+b}$ | $\frac{1}{e^a} = e^{-a}$

$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ | $e^0 = 1$

$(e^a)^b = e^{ab}$ | $e \simeq 2{,}7$

$\boxed{e^{\ln(a)} = a}$

exemple :

$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$;

$e^{2\ln(x)} = e^{\ln(x^2)} = x^2$

Méthode générale de calcul de limite

$e^{\square}$: $-\infty$ → $e^{\square} = 0$; $+\infty$ → $e^{\square} = +\infty$; 0 → $\frac{e^{\square}-1}{\square} = 1$.

si on trouve une F.I $\left(\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0\times\infty, +\infty-\infty\right)$.

on met en facteur : $\frac{1}{\square}(\square e^{\square} + \square \cdots)$ → $\square \to 0$

on met en facteur : $\square\left(\frac{e^{\square}}{\square} + \frac{\cdots}{\square}\right)$ → $\frac{e^{\square}}{\square} \to +\infty$

sinon on met en facteur $\frac{e^{\square}(\ )}{e^{\square}(\ )}$

exemple : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x} = 0$; $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x - x = +\infty - \infty$ F.I

$= \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x} - 1\right) = +\infty$ ($\frac{e^x}{x} \to +\infty$)

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{-2x}-1}{x} = \lim\limits_{x\to 0} -2\frac{e^{-2x}-1}{-2x} = -2$ ($\frac{e^{-2x}-1}{-2x} \to 1$)

Rq importante : souvent on trouve les deux cas suivants :

→ $\lim P(x)\, e^{-\infty} = 0$ (on développe)

→ $\lim \frac{e^{+\infty}}{P(x)} = +\infty$ (on divise)

exemple :

- $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^2-x)e^x$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x - xe^x = 0$. ($x^2e^x \to 0$, $xe^x \to 0$)

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x-1}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} - \frac{1}{x}$ ($\frac{e^x}{x} \to +\infty$, $\frac{1}{x} \to 0$)

$= +\infty$.

B.M Taki Eddine
23.390.248

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn